**Задание 1**

**(таблицы истинности)**

**1.1.** Построить таблицы истинности для следующих схем:

1) (*X*  *Y*) v (*X*  *Y* ^ *X*);

2) *X* & (*Y*  *X*) ;

**1.2.** Доказать, что следующие выражения являются тавтологиями:

1) (*X*  *Y*) v (*Y*  *X*);

2) ((*X*  *Y*) *X*));

3) (*X*  *Y*) v (*X*  );

4) ( ) (( *Y*) *X*);

5)  (*X*  *Y*);

**1.3.** Доказать равносильность высказываний:

1) *X*  *Y* и ;

2) ( *Y*) *Y* и *X Y*;

3) (*X*  ) и *X*  *Y*;

4) v *Y&Z* v *X&Y* и *X*  *Y*;

5) *XY* и *X&Y*v& ;

**Задание 2**

**(упрощение системы высказываний)**

**2.1.** Администрация морского порта издала следующие распоряжения:

1) Если капитан корабля получает специальное указание, то он должен покинуть порт на своём корабле.

2) Если капитан не получает специального указания, то он не должен покидать порта или он впредь лишается возможности захода в этот порт.

3) Капитан или лишается впредь возможности захода в этот порт или не получает специального указания.

Упростить эту систему распоряжений.

**2.2.** Командир осаждённой крепости послал следующие три сообщения:

1) Если нам удастся получить продовольствие, то нам не будет угрожать смерть от голода.

2) Если нам не удастся получить продовольствие, то или нам будет угрожать смерть от голода, или мы попытаемся прорвать кольцо окружения.

3) Если нам будет угрожать смерть от голода, то мы попытаемся прорвать кольцо окружения.

Упростить эту систему сообщений.

**2.3.** На факультативе по математической логике учитель сообщил учащимся, собирающимся в турпоход, следующие сведения о готовящемся походе:

1) Будут приобретены новые палатки, новые рюкзаки, и класс пойдёт в поход.

2) Палатки и рюкзаки приобретаться не будут, и класс в поход не пойдёт.

3) Будут приобретаться новые палатки, рюкзаки приобретаться не будут, класс в поход пойдёт.

4) Неверно, что либо будут приобретены новые палатки, либо не будут приобретены новые рюкзаки, либо класс пойдёт в поход.

Зная, что, по крайней мере, одно из четырёх сообщений верно, упростить информацию.

**Задание 3**

**(кванторы)**

*Действие нескольких следующих задач происходит на Архипелаге, населённом людьми ровно двух типов: рыцарями и лжецами. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Каждый житель Архипелага – рыцарь или лжец. Ни один житель не является рыцарем и лжецом одновременно. Задачи организованы в виде рассказа путешественника о пребывании на Архипелаге.*

**3. 1.** Первого из жителей, встретившихся мне, звали *А*. Я спросил у него, много ли лжецов на острове. Он ответил: «Хотя бы один лжец на острове есть».

Кем был *А* – рыцарем или лжецом? Есть ли на острове хотя бы один рыцарь? Хотя бы один лжец? Может быть, все жители острова являются рыцарями? Или все – лжецами?

**3.2.** Другой житель острова, *В*, был более категоричен. Он сказал: «Мы все – лжецы».

Кем был *В* – рыцарем или лжецом? Ответить также на остальные вопросы, поставленные в задаче 1.

**3.3.** Житель острова *С* сказал мне: «Я – лжец, но есть и рыцари».

Кем был *С* – рыцарем или лжецом? Каковы ответы на остальные вопросы, поставленные в задаче 1?

**3.4.** В этой задаче – два персонажа, *А* и *В* (не обязательно те же, что в предыдущих задачах). *А* говорит: «Все жители острова – рыцари». На что *В* отвечает: «Ты лжёшь!».

Кто *А* – рыцарь или лжец? Кто *В*? К каким выводам относительно наличия рыцарей и лжецов среди жителей острова приводят данные задачи?

**3.5.** Снова – два персонажа. *А* говорит: «*В* – лжец!». *В* отвечает (то ли с гордостью, то ли намекая на *А*): «Есть лжецы на нашем острове!».

Вопросы – те же, что и в задаче 4.

**3.6.** И в этой задаче – двое действующих лиц. *А* говорит: «Все, кроме меня, – лжецы!». *В* поддакивает: «Это точно!».

Вопросы – те же.

**3.7.** Однажды, во время прогулки по острову, мне встретилась большая группа жителей острова, дружно скандировавших: «Среди нас лжецов нет!». Сопровождавший меня житель острова *А* сказал мне: «Если среди них нет лжецов, то я – лжец».

Кем был *А* – рыцарем или лжецом? Были ли в группе лжецы? Рыцари?

**3.8.** Однажды мне довелось незаметно для присутствующих наблюдать за ходом собрания (все участники которого были жителями острова). Первым выступил *А*: «Среди нас есть хотя бы один рыцарь», – сказал он. Затем к микрофону подошёл возмущённый *В*, который сказал: «Вы все лжецы!».

Кем был *А* – рыцарем или лжецом? Кем был *В*? К каким выводам относительно остальных участников собрания приводят сообщённые мной сведения?

**3.9.** На острове разразился экономический кризис. Как водится, стали искать виновных. Депутат островной Думы (его звали *А*) сделал по этому поводу два заявления: 1) «Все рыцари виновны»; 2) «Я не виновен».

Кем был *А* – рыцарем или лжецом? Был ли он виновен? Все ли рыцари были виновны? Были ли виновные среди лжецов? Можно ли установить по этим данным, были ли виновные среди рыцарей и все ли лжецы были виновны?

**3.10.** Мнение депутата *В* по поводу кризиса было иным: 1) «Ни один рыцарь не виновен»; 2) «Я виновен».

Кто *В* – рыцарь или лжец? Виновен ли он? Как обстоит дело с виновностью рыцарей и лжецов (виновны все; виновны некоторые; установить невозможно)?

**3.11.** Депутат *С* был весьма оригинален. Выступая перед лжецами, он сказал: «Все рыцари виновны». Выступая перед рыцарями, он заявил: «Все виновные – лжецы».

Кто *С* – рыцарь или лжец? Как обстоит дело с виновностью рыцарей? Лжецов?

**3.12.** Не менее оригинален был и депутат *D*, который заявил: 1) «Все виновные – рыцари»; 2) «Все лжецы виновны».

К каким выводам Вы можете прийти на основании этих данных?

**3.13.** Разумеется, не обошлось без обсуждения виновности Президента острова. Депутат *Е* по этому поводу заявил: 1) «Президент не виновен»; 2) «Все жители острова виновны».

Кем был *Е* – рыцарем или лжецом? Виновен ли Президент? Все ли жители острова виновны?

**3.14.** А вот что заявил депутат *F*: 1) «Президент виновен»; 2) «Хотя бы один житель острова не виновен».

Кем был *F* – рыцарем или лжецом? Виновен ли Президент? Как обстоят дела с виновностью остальных жителей острова?

**3.15.** Президент обратился к Правительству острова. В своём обращении он, в частности, сказал: 1) «Я виновен»; 2) «Если среди вас хотя бы один не виновен, то и я не виновен».

Кто Президент – рыцарь или лжец? Виновен ли он в кризисе? Как обстоят дела с виновностью членов Правительства?